

Ασκήσεις με Συναρτήσεις

1. Έστω οι συναρτήσεις:

$$f(x) = x^2 + 1$$
$$g(x) = 10^x$$

Να βρεθούν:

- Τα πεδία ορισμού και τιμών f και g .
- Η τιμή $f(g(1))$.
- Η τιμή $g(f(2))$.
- Η συνάρτηση $f(g(x))$.
- Η συνάρτηση $g(f(x))$.

2. Για τις συναρτήσεις:

a. $f(x) = x^3 + 1$ $g(x) = 2x$ $h(x) = \ln x$

b. $f(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{x^2+1}\right)$ $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ $h(x) = x^2$

να βρεθεί η $f \circ g \circ h$.

3. Έστω η παράσταση:

$$y - x^2 - 1 = 0$$

Να βρεθεί συνάρτηση ως προς x , η οποία για κάθε σημείο (x,y) που ικανοποιεί την παραπάνω παράσταση, δίνει την απόστασή του από την αρχή των αξόνων,

Λύσεις

1.

a. f: Πεδίο ορισμού: \mathbb{R} Πεδίο τιμών: $[1, +\infty)$

g: Πεδίο ορισμού: \mathbb{R} Πεδίο τιμών: $(0, +\infty)$

b. 101

c. 100000

d. $f(g(x)) = 10^{2x} + 1$

e. $g(f(x)) = 10^{x^2+1}$

2.

a. $f \circ g \circ h(x) = 8(\ln x)^3 + 1$

b. $f \circ g \circ h(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{\sqrt[3]{x^2-1} + 1}\right)$

3.

$$L(x) = \sqrt{x^2 + (x^2 + 1)^2} = \sqrt{x^4 + 3x^2 + 1}$$