



# Περιεχόμενα

- Υπολογισμός αριθμητικών εκφράσεων

## Υπολογισμός αριθμητικών εκφράσεων

❖ Η μορφή των αριθμητικών εκφράσεων που είναι κατανοητή στον άνθρωπο και η οποία αποτελείται από μεταβλητές και τελεστές, ονομάζεται **ένθετη (infix)**, π.χ.  $A*B+C*D^E/F-G*H$ . Σημειώνεται ότι η εκτέλεση των πράξεων γίνεται με την εφαρμογή **προτεραιοτήτων** των πράξεων (^, \*, /, +, -) οι οποίες τροποποιούνται με την χρήση παρενθέσεων.

❖ Ο υπολογισμός των αριθμητικών εκφράσεων γίνεται με την αρχική τους μετατροπή από την ένθετη μορφή στην **επιθεματική (postfix)**. Η τελευταία ονομάζεται και **Αντίστροφη Πολωνική Γραφή (Reverse Polish Notation)** επειδή προτάθηκε από τον Πολωνό Μαθηματικό Lukasiewicz).

## Μετατροπή Ένθετη σε Επιθεματική με τη χρήση της Στοίβας

❖ Όταν το στοιχείο είναι μεταβλητή ή σταθερά, τότε τοποθετείται στα δεξιά της επιθεματικής μορφής.

❖ Όταν το στοιχείο είναι τελεστής, τότε κατευθύνεται στη στοίβα. Πριν την οριστική ώθηση στη στοίβα, ο τελεστής συγκρίνεται με τον τελεστή της κορυφής της στοίβας:

- ❑ Αν ο εισερχόμενος τελεστής έχει προτεραιότητα μεγαλύτερη από την προτεραιότητα του τελεστή της κορυφής της στοίβας, τότε ο τελεστής εισάγεται και η ώθηση ολοκληρώνεται,
- ❑ Αν έχει μικρότερη προτεραιότητα τότε:
  - i. Απωθούνται όλοι οι τελεστές της στοίβας με προτεραιότητα μεγαλύτερη ή ίση από την προτεραιότητα του νέου τελεστή, και
  - ii. ο νέος τελεστής εισάγεται και η ώθηση ολοκληρώνεται.

Παράδειγμα:  
 $A * B + C * D \wedge E / F - G * H$

ΣΑΡΩΣΗ	ΣΤΟΙΒΑ	ΕΠΙΘΕΜΑΤΙΚΗ ΜΟΡΦΗ
A		A
*	*	A
B	*	AB
+	+	AB*
C	+	AB*C
*	+	AB*C
D	+	AB*CD
^	+	AB*CD
E	+	AB*CDE
/	+/	AB*CDE^*
F	+/	AB*CDE^*F
-	-	AB*CDE^*F/+
G	-	AB*CDE^*F/+G
*	-*	AB*CDE^*F/+G
H	-*	AB*CDE^*F/+GH
[]		AB*CDE^*F/+GH*-

## Μετατροπή Ένθετη σε Επιθεματική με τη χρήση της Στοίβας (με παρενθέσεις)

Επιπλέον των προηγούμενων κανόνων εφαρμόζονται και οι παρακάτω κανόνες:

- ❖ Η αριστερή παρένθεση ωθείται αμέσως στην στοίβα
- ❖ Η δεξιά παρένθεση προκαλεί την απώθηση όλων των τελεστών μέχρι να συναντηθεί στη στοίβα η αριστερή παρένθεση. Στη συνέχεια οι δύο παρενθέσεις απαλείφονται.

Παράδειγμα:  
 $(B+(B^{\wedge}T-F^*A^*C)^{\wedge}H)/(T^*A)$

ΣΑΡΩΣΗ	ΣΤΟΙΒΑ	ΕΠΙΘΕΜΑΤΙΚΗ ΜΟΡΦΗ
(	(	
B	(	B
+	(+	B
(	(+(	B
B	(+(	BB
^	(+ (^	BB
T	(+ (^	BBT
-	(+ (-	BBT^
F	(+ (-	BBT^F
*	(+ (-*	BBT^F
A	(+ (-*	BBT^FA
*	(+ (-*	BBT^FA*
C	(+ (-*	BBT^FA*C
)	(+	BBT^FA*C*-
^	(+ ^	BBT^FA*C*-
H	(+ ^	BBT^FA*C*-H
)		BBT^FA*C*-H^+
/	/	BBT^FA*C*-H^+
(	/(	BBT^FA*C*-H^+
T	/(	BBT^FA*C*-H^+T
*	/(*	BBT^FA*C*-H^+T
A	/(*	BBT^FA*C*-H^+TA
)	/	BBT^FA*C*-H^+TA*
[]		BBT^FA*C*-H^+TA*/

## Υπολογισμός αριθμητικής έκφρασης με τη χρήση της Στοιβάς

Ο υπολογισμός της της αριθμητικής έκφρασης συνίσταται στη σάρωση της επιθεματικής μορφής και εφαρμογή των παρακάτω κανόνων:

❖ Όταν το στοιχείο είναι μεταβλητή, τότε η τιμή της ωθείται στη στοίβα.

❖ Όταν το στοιχείο είναι τελεστής τότε εκτελούνται οι εξής λειτουργίες:

- i. οι δύο τελευταίες τιμές ωθούνται από τη στοίβα
- ii. Εκτελείται η πράξη που δηλώνει ο τελεστής, και
- iii. το αποτέλεσμα ωθείται στη στοίβα.



Παράδειγμα:  
 $B \cdot B \cdot T \wedge F \cdot A \cdot C \cdot -H \wedge + T \cdot A \cdot /$

$A=3, B=7, C=-20, F=4,$   
 $H=0.5, T=2$

Παράδειγμα:  
 $(B + (B \wedge T - F \cdot A \cdot C) \wedge H) / (T \cdot A)$

ΣΑΡΩΣΗ	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ	ΣΤΟΙΒΑ
B		7
B		7 7
T		7 7 2
^	$7^2=49$	7 49
F		7 49 4
A		7 49 4 3
*	$4 \cdot 3=12$	7 49 12
C		7 49 12 -20
*	$12 \cdot (-20)=-240$	7 49 -240
-	$49 - (-240)=289$	7 289
H		7 289 0.5
^	$289^{0.5}=17$	7 17
+	$7+17=24$	24
T		24 2
A		24 2 3
*	$2 \cdot 3=6$	24 6
/	$24/6=4$	4

Άσκηση:

$A+B*C/D-E+F*G^H*I-J+K$

ΣΑΡΩΣΗ	ΣΤΟΙΒΑ	ΕΠΙΘΕΜΑΤΙΚΗ ΜΟΡΦΗ
A		A
+	+	A
B	+	AB
*	+*	AB
C	+*	ABC
/	+/	ABC*
D	+/	ABC*D
-	-	ABC*D/+
E	-	ABC*D/+E
+	+	ABC*D/+E-
F	+	ABC*D/+E-F
*	+*	ABC*D/+E-F
G	+*	ABC*D/+E-FG
^	+*^	ABC*D/+E-FG
H	+*^	ABC*D/+E-FGH
*	+*	ABC*D/+E-FGH^*
I	+*	ABC*D/+E-FGH^*I
-	-	ABC*D/+E-FGH^*I*+
J	-	ABC*D/+E-FGH^*I*+J
+	+	ABC*D/+E-FGH^*I*+J-
K	+	ABC*D/+E-FGH^*I*+J-K
[]	[]	ABC*D/+E-FGH^*I*+J-K+

Συνέχεια Άσκησης:

$ABC * D / + E - FGH ^ * I * + J - K +$

A=10, B=2, C=3, D=6, E=1,  
F=4, G=15, H=0, I=5, J=29,  
K=27

ΣΑΡΩΣΗ	Αποτέλεσμα	ΣΤΟΙΒΑ
A		10
B		10 2
C		10 2 3
*	$2 * 3 = 6$	10 6
D		10 6 6
/	$6 / 6 = 1$	10 1
+	$10 + 1$	11
E		11 1
-	$11 - 1 = 10$	10
F		10 4
G		10 4 15
H		10 4 15 0
^	$15 ^ 0 = 1$	10 4 1
*	$4 * 1 = 4$	10 4
I		10 4 5
*	$4 * 5 = 20$	10 20
+	$10 + 20 = 30$	30
J		30 29
-	$30 - 29 = 1$	1
K		1 27
+	$1 + 27 = 28$	28

Άσκηση:

$$(A+B^{\wedge}C)/(D*E+F)+G*H$$

ΣΑΡΩΣΗ	ΣΤΟΙΒΑ	ΕΠΙΘΕΜΑΤΙΚΗ ΜΟΡΦΗ
(	(	
A	(	A
+	(+	A
B	(+	AB
^	(+^	AB
C	(+^	ABC
)		ABC^+
/	/	ABC^+
(	/(	ABC^+
D	/(	ABC^+D
*	/(*	ABC^+D
E	/(*	ABC^+DE
+	/(+	ABC^+DE*
F	/(+	ABC^+DE*F
)	/	ABC^+DE*F+
+	+	ABC^+DE*F+ /
G	+	ABC^+DE*F+ /G
*	+*	ABC^+DE*F+ /G
H	+*	ABC^+DE*F+ /GH
[]	[]	ABC^+DE*F+ /GH*+

Συνέχεια Άσκησης:  
 $ABC^+DE*F+/GH*+$

$A=1, B=2, C=3, D=1, E=2,$   
 $F=1, G=4, H=5$

ΣΑΡΩΣΗ	Αποτέλεσμα	ΣΤΟΙΒΑ
A		1
B		1 2
C		1 2 3
^	$2^3=8$	1 8
+	$1+8=9$	9
D		9 1
E		9 1 2
*	$1*2=2$	9 2
F		9 2 1
+	$2+1=3$	9 3
/	$9/3=3$	3
G		3 4
H		3 4 5
*	$4*5=20$	3 20
+	$3+20=23$	23