Ασκήσεις Ορίζουσα

1. Να υπολογιστούν οι Ορίζουσες των Πινάκων, χρησιμοποιώντας τον κανόνα του Sarrus:
   a. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

   b. $B = \begin{bmatrix} -2 & 12 & -5 \\ 3 & -1 & 4 \\ -7 & -6 & 10 \end{bmatrix}$

2. Να βρεθεί η Ορίζουσα του Πίνακα:
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$
   Χρησιμοποιώντας το γενικό υπολογισμό της Ορίζουσας.

3. Να υπολογιστεί η Ορίζουσα του Πίνακα, μετατρέποντας τον σε άνω τριγωνικό:
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ -6 & 4 & -3 & 0 \\ 4 & -1 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

4. Για τους Πίνακες:
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \kappa\alpha\iota \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$
   Να δειχτεί ότι $|AB| = |A||B|$.

5. Να βρεθεί ο βαθμός των Πινάκων:
   a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$

   b. $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

Δρ. Ιωάννης Τσιμπερίδης
ΕΔΙΠ Τμ. Πληροφορικής ΔΙΠΑΕ

Λύσεις

1.
   a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 3\cdot 2\cdot 5 + 2\cdot 3\cdot 5 + 1\cdot 1\cdot 1 - 5\cdot 2\cdot 1 - 1\cdot 3\cdot 3 - 5\cdot 1\cdot 2 = 32$

   b. $\begin{bmatrix} -2 & 12 & -5 & -2 & 12 \\ 3 & -1 & 4 & 3 & -1 \\ -7 & -6 & 10 & -7 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow |B| = -599$

2. $$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 4\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} - 8\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} =$$
$$-4\begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = -4\left(4\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} - 3\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}\right) = -4(4\cdot 22 - 3\cdot 9 + 2\cdot 1) = -252$$

3. $$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ -6 & 4 & -3 & 0 \\ 4 & -1 & 6 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ 0 & 16 & 6 & -6 \\ 0 & -9 & 0 & 11 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ 0 & 8 & 3 & -3 \\ 0 & -9 & 0 & 11 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -7/3 & -5/3 \\ 0 & 0 & 6 & 19/2 \end{vmatrix} =$$
$$2\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -7/3 & -5/3 \\ 0 & 0 & 0 & 73/14 \end{vmatrix} = 2\cdot 2\cdot 6\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)\cdot\frac{73}{14} = -292$$

4.
$$AB = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -5 & 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 6 & 16 \\ 5 & 14 & 12 \\ -15 & 4 & -18 \end{bmatrix}$$
$|AB| = -160$
$|A| = -16$
$|B| = 10$

5.
   a. 3
   b. 2