Ασκήσεις Πίνακες

1. Να υπολογιστεί το A^2 για τον Πίνακα:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

2. Αν ο Πίνακας A είναι ο:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Να βρεθούν τα a και b για τα οποία ισχύει:

$$A^2 = a \cdot A + b \cdot I$$

3. Για τους Πίνακες:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad \kappa\alpha\iota \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Να βρεθούν τα:

a. $A \cdot B$
b. $(A \cdot B)^T$
c. $B^T \cdot A^T$

4. Να βρεθούν οι Πίνακες X για τους οποίους ισχύει $A \cdot X = X \cdot A$, με:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Δρ. Ιωάννης Τσιμπερίδης
ΕΔΙΠ Τμ. Πληροφορικής ΔΙΠΑΕ

Λύσεις

1. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2. $\begin{cases} a + b = 1 \\ 2a = 8 \\ 0 = 0 \\ 3a + b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases}$

3.

   a. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$

   b. $\begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

   c. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_3 = x_1 + 3x_2 \\ x_2 + 2x_4 = 2x_1 + x_2 \\ 3x_1 + x_3 = x_3 + 3x_4 \\ 3x_2 + x_4 = 2x_3 + x_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_3 = 3x_2 \\ x_4 = x_1 \\ x_1 = x_4 \\ 3x_2 = 2x_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_4 \\ x_2 = \frac{2}{3} x_3 \end{cases}$